

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

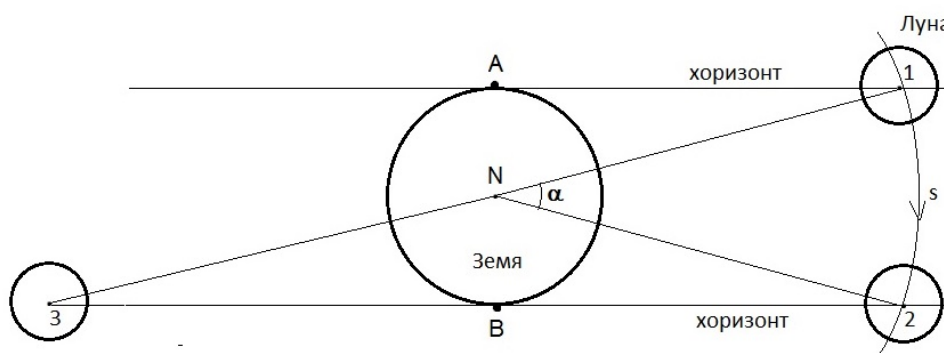
Национален кръг, 26 април 2014 г., Димитровград

Възрастова група IX-X клас – теоретичен кръг – решения

1 задача. Лунен изгрев и залез.

Решение:

На чертежа Земята е изобразена така, че северният ѝ полюс е обърнат към нас, астрономът на Гринуичкия меридиан се намира в точка А, а неговият колега на 180-градусовия меридиан – в точка В.



Ще разглеждаме ситуацията в координатна система, въртяща се заедно с денонощното въртене на Земята. В такава координатна система Луната се движи около Земята от изток на запад с ъглова скорост:

$$\omega = \omega_T - \omega_L$$

където ω_T е ъгловата скорост на оклоосното въртене на Земята, а ω_L е ъгловата скорост на орбиталното движение на Луната. Да означим с T_T периодът на околоосно въртене на Земята (звездно денонощие) и с T_L периодът на орбитално движение на Луната (сидеричен лунен месец). Тогава:

$$\omega = \frac{360^\circ}{T_T} - \frac{360^\circ}{T_L}$$

С тази ъглова скорост Луната ще прави едно видимо завъртане около Земята с период:

$$T = \frac{T_T T_L}{T_L - T_T}$$

$$T \approx 1.035 \text{ денонощия} \approx 1 \text{ денонощие и } 50 \text{ минути}$$

От момента на залеза за астронома в точка А до изгрева за астронома в точка В, Луната трябва да измине път s по своята орбита, или да опише ъгъл α . Разстоянието от Земята до Луната е голямо в сравнение със земния радиус. Можем да считаме, че $s \approx 2R_T$, където R_T е радиусът на Земята. Тогава за ъгъла α получаваме:

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{2R_T}{2\pi r} = 360^\circ \cdot \frac{R_T}{\pi r}$$

където r е радиусът на лунната орбита. Този път Луната ще измине за време:

$$t = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot T = \frac{R_T}{\pi r} \cdot T$$

$$t \approx 7.88 \text{ минути} \approx 7 \text{ минути } 53 \text{ секунди}$$

Би трябвало да отчетем и рефракцията. Ъгълът на рефракция на хоризонта е около $35'$. Луната при видимото си движение изминава такъв ъгъл за време:

$$t_1 = \frac{35'}{360^\circ} \cdot T$$

$$t_1 \approx 2 \text{ минути } 25 \text{ секунди}$$

За наблюдателя А залезът на Луната ще закъснее с толкова време, а за наблюдателя В изгревът ѝ ще подрани със същото време. Следователно интервалът между залеза на Луната в единия пункт и изгрева в другия пункт ще се съкрати с величината:

$$2 \times 2 \text{ минути } 25 \text{ секунди} = 4 \text{ минути } 50 \text{ секунди}$$

Така търсуеният интервал ще стане:

$$7 \text{ минути } 53 \text{ секунди} - 4 \text{ минути } 50 \text{ секунди} = 3 \text{ минути } 03 \text{ секунди}$$

В крайна сметка изгревът на Луната за сънливия астроном ще е в $2^{\text{h}}03^{\text{m}}3^{\text{s}}$ по Универсално време, или $14^{\text{h}}03^{\text{m}}3^{\text{s}}$ по неговото поясно време.

До следващия залез на Луната за втория астроном тя има да измине още ъгъла до положение 3, който е допълнителен на α до 180° . По-лесно е да сметнем интервала от залеза на Луната за астронома в точка А до залеза ѝ за наблюдателя в точка В. Този интервал ще е половината от периода T , или 12 часа 25 минути. Тук поправка за рефракцията не се налага, защото и на двете места залезът ще закъснее с еднакво време. По поясното време на сънливия астроном Луната ще залезе в $2^{\text{h}}25^{\text{m}}$ и той ще може да си почива цели 25 минути в повече от своя колега.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен теоретичен начин за пресмятане на момента на изгрева на Луната за астронома в точка В – 5 т.

За отчитане на рефракцията – 2 т.

За пресмятане в колко часа по Универсално и поясно време ще настъпи изгревът за втория астроном – 2 т.

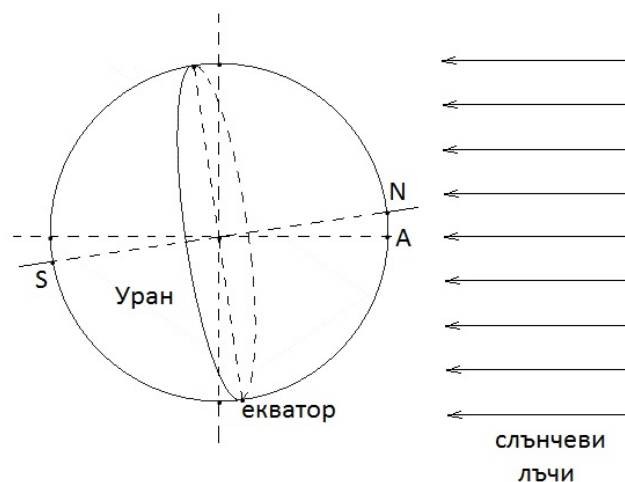
За правилен начин за пресмятане на часа на залеза на Луната за втория астроном в точка В – 4 т.

За отчитане на факта, че рефракцията не влияе на отговора – 1 т.

За верен числен резултат – 1 т.

2 задача. Уран.

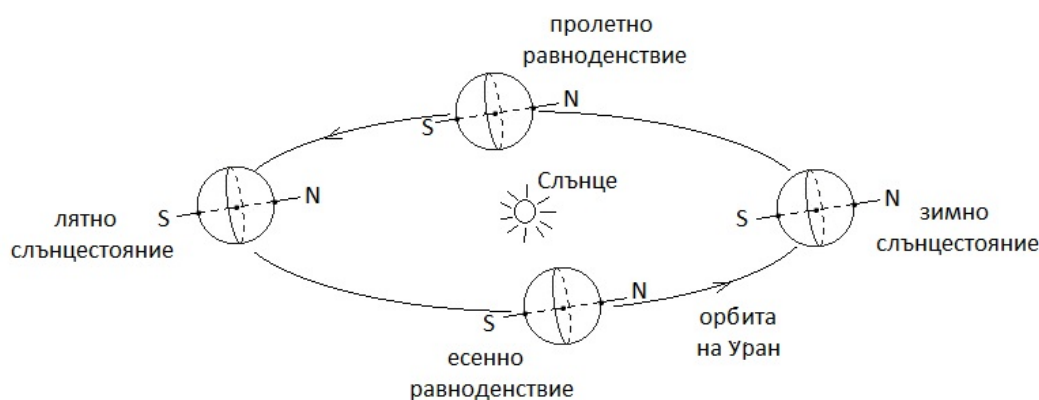
Решение:



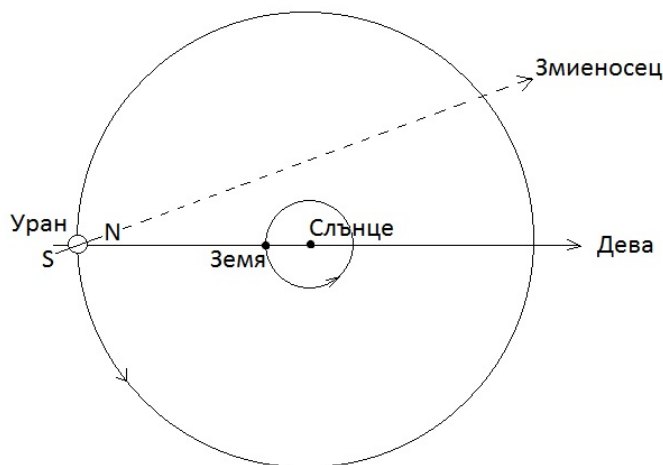
Най-голяма височина над хоризонта за северния полюс на Уран Слънцето трябва да достига в момента на лятно слънцестояние за северното полукълбо на планетата. На

схемата е представена именно такава ситуация. Тогава Слънцето ще отстои само на 8° от зенита за наблюдател на северния полюс на планетата. Следователно максималната височина над хоризонта, на която ще се издига Слънцето, ще бъде $h = 90^\circ - 8^\circ = 82^\circ$. В този момент Слънцето ще бъде в зенита за точката А, отстояща на 8° от северния полюс. Нейната уранографска ширина ще бъде също 82° . Фактически тя лежи на северната тропична окръжност за тази планета.

С отминаване на слънцестоянието и приближаване на пролетното равноденствие Слънцето ще може да се издига до зенита за точки, които са все по-близо до екватора на Уран. При пролетното равноденствие Слънцето ще преминава през зенита по пладне за наблюдател на екватора. По-нататък през годината на Уран Слънцето ще достига до зенита за точки от южното полукукло на Уран до 82° южна уранографска ширина. Така заключаваме, че точките, в които понякога през годината на Уран можем да наблюдаваме преминаване на Слънцето през зенита, са разположени между 82° северна и 82° южна уранографска ширина.



В началото на октомври Слънцето се намира в зодиакалното съзвездие Дева (През октомври то е в астрологическия зодиакален знак Везни, но поради прецесията на земната ос съзвездие, в което в действителност се намира Слънцето, е Дева). Северната полярна звезда за Уран е в Змиеносец. Част от това съзвездие е разположена между Скорпион и Стрелец. Северният полюс на Уран трябва да е ориентиран в такова направление, т.е. към точка от небесната сфера, която е на 60 градуса източно от Слънцето. Уран е в противостояние, така че за земния наблюдател той се намира в посока противоположна на посоката към Слънцето. Следователно, както става ясно от схемата, от Земята ще се вижда северният полюс на Уран.



От схемата се вижда, че при по-нататъшното движение на Уран по неговата орбита, все повече ще се приближава моментът на лятно слънцестояние за северното

полукълбо на планетата, защото северният полюс ще е все по-точно ориентиран към Слънцето. Ъгълът, на който трябва да се завърти планетата по орбитата си, за да стане това, е приблизително колкото ширината на два зодиакални знака, или около 60° . Това съответства на 2 ураниански „месеца“. Следователно в северното полукълбо на Уран ще е началото на пролетта, или нещо подобно на края на март и началото на април на Земята.

За да започне да се вижда от Земята другият полюс на Уран, трябва да свърши лятото и да дойде есенното равноденствие. Това ще стане след около 5 ураниански месеца, или след $5/12$ от годината на Уран. Така пресмятаме, че другият полюс ще започне да се вижда след около $(5/12) \cdot 84 = 35$ години.

Критерии за оценяване (общо 15 т.)

За правилно определяне на максималната височина на Слънцето за северния полюс на Уран – 2 т.

За верни разсъждения къде на Уран можем да видим Слънцето в зенита – 2 т.

За верен краен извод – 2 т.

За правилни разсъждения по въпроса кой от полюсите на Уран се вижда от Земята – 3 т.

За вярно заключение – 1 т.

За правилни разсъждения и отговор какъв сезон е на Уран – 2 т.

За правилно определяне след колко време ще се вижда другият полюс – 3 т.

3 задача. Слънчево петно.

Решение:

Ще си послужим с приближение, като ще приемем Слънцето за светещ диск. Осветеността E_0 , която то създава на Земята, ще е пропорционална на излъчващата площ на целия слънчев диск, а осветеността от петното E_1 ще е пропорционална на площта на петното. Освен това, съгласно закона на Стефан-Болцман осветеността ще е пропорционална и на потока светлина от единица повърхност, който зависи от температурата. В сила е съотношението:

$$\frac{E_0}{E_1} = \frac{\pi R_0^2 \cdot \sigma T_0^4}{\pi R_1^2 \sigma T_1^4} = \frac{R_0^2 T_0^4}{R_1^2 T_1^4}$$

Където R_0 и T_0 са радиусът и температурата на Слънцето, а R_1 и T_1 – тези на петното, σ е константата на Стефан-Болцман.

$$\frac{E_0}{E_1} \approx 7920$$

Блясъкът на петното около 8000 пъти по-слаб от блясъка на цялото Слънце.

Да приемем, че цялата светлина от обектива на телескопа попада в зеницата на окото. Обективът събира толкова пъти повече светлина от зеницата на окото, колкото пъти площта на обектива е по-голяма от тази на окото. Да означим с D диаметъра на обектива, а с d диаметъра на зеницата.

$$\frac{\pi D^2/4}{\pi d^2/4} = \frac{D^2}{d^2} = 22500$$

Следователно при наблюдение с телескоп отделното слънчево петно ще бъде 22500 пъти по-ярко, отколкото при наблюдение с невъоръжено око. В сравнение със Слънцето, гледано без телескоп, блясъкът само на петното в телескопа ще бъде $22500/7920 \approx 3$ пъти по-силен! Наистина, не е за препоръчване дори само едно слънчево петно да се наблюдава в телескоп по този начин.

Да означим видимата звездна величина на Слънцето с m_0 , а на петното с m_1 . От формулата на Погсън получаваме:

$$\frac{E_0}{E_1} = 2.512^{m_1 - m_0}$$

$$m_1 = m_0 + 2.5 \lg \frac{E_0}{E_1}$$

$$m_1 \approx -17^m$$

Както виждаме, дори и само едно такова слънчево петно да грее на небето, то ще е много по-ярко от Луната (Грубата оценка показва, че петното ще е десетки пъти по-ярко от Луната в пълнолуние).

Ако „изрежем“ от слънчевото петно парченце, голямо колкото Луната, то неговата площ ще бъде $(30000 \text{ км} / 1378 \text{ км})^2 \approx 474$ пъти по-малка от цялата площ на голямото петно. Да отбележим с r_L разстоянието от нас до Луната, а с r_S разстоянието до Слънцето. Осветеността, която един светлинен източник създава, е обратно пропорционална на квадрата на разстоянието до него. Можем да пресметнем колко пъти ще се увеличи осветеността от парченцето от слънчевото петно, когато го приближим до разстоянието, на което се намира Луната:

$$\frac{r_S^2}{r_L^2} \approx 152000$$

Като разделим това на 474, ще получим колко пъти парченцето от петното, пренесено на разстоянието до Луната, ще е по-ярко от цялото петно на Слънцето. Получаваме около 320 пъти.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно определяне колко пъти блясъкът на петното е по-слаб от този на Слънцето – 3 т.

За правилен математически подход при определяне на блясъка на петното, гледано с телескопа – 3 т.

За верен числен отговор и сравнение с блясъка на Слънцето – 2 т.

За правилен начин на определяне на звездната величина на петното – 2 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилен начин на определяне на яркостта на парчето от петното на разстоянието до Луната – 3 т.

За верен числен резултат – 1 т.

Справочни данни:

Радиус Земята 6378 км

Радиус на Луната 1378 км

Орбитален период на Луната около Земята 27.3 денонощия

Радиус на лунната орбита 384 000 км.

Орбитален период на Уран 84 земни години

Радиус на Слънцето 700 000 км

Видима звездна величина на Слънцето -26.74^m

Температура на Слънцето 5800 К

Разстояние от Земята до Слънцето 149 600 000 км

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 27 април 2014 г., Димитровград

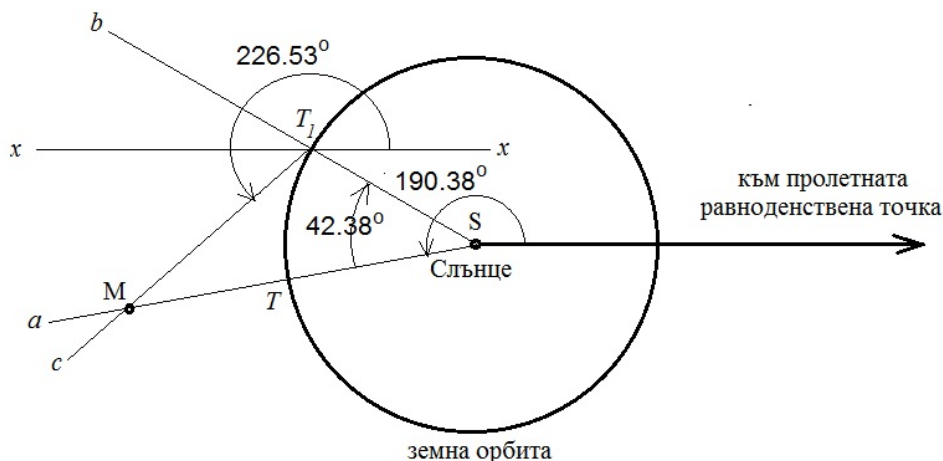
Възрастова група IX-X клас – практически кръг – решения

Практическа задача. Орбитата на Марс.

Решение:

Начертаваме кръговата земна орбита и отбелязваме направлението, което приемаме, че е към пролетната равноденствена точка. При противостоянието в 1982 г. еклиптичната ширина на Марс е била 190.38° . Тъй като става дума за противостояние, Земята тогава се е намирала на линията Марс-Слънце, т.е. нейният радиус-вектор е бил завъртян също на 190.38° спрямо направлението към пролетната равноденствена точка. Отмерваме с транспортир този ъгъл от направлението към пролетната равноденствена точка и построяваме правата Sa . Земята се е намирала тогава в пресечната точка T на тази права със земната орбита. На същата права се е намирал и Марс.

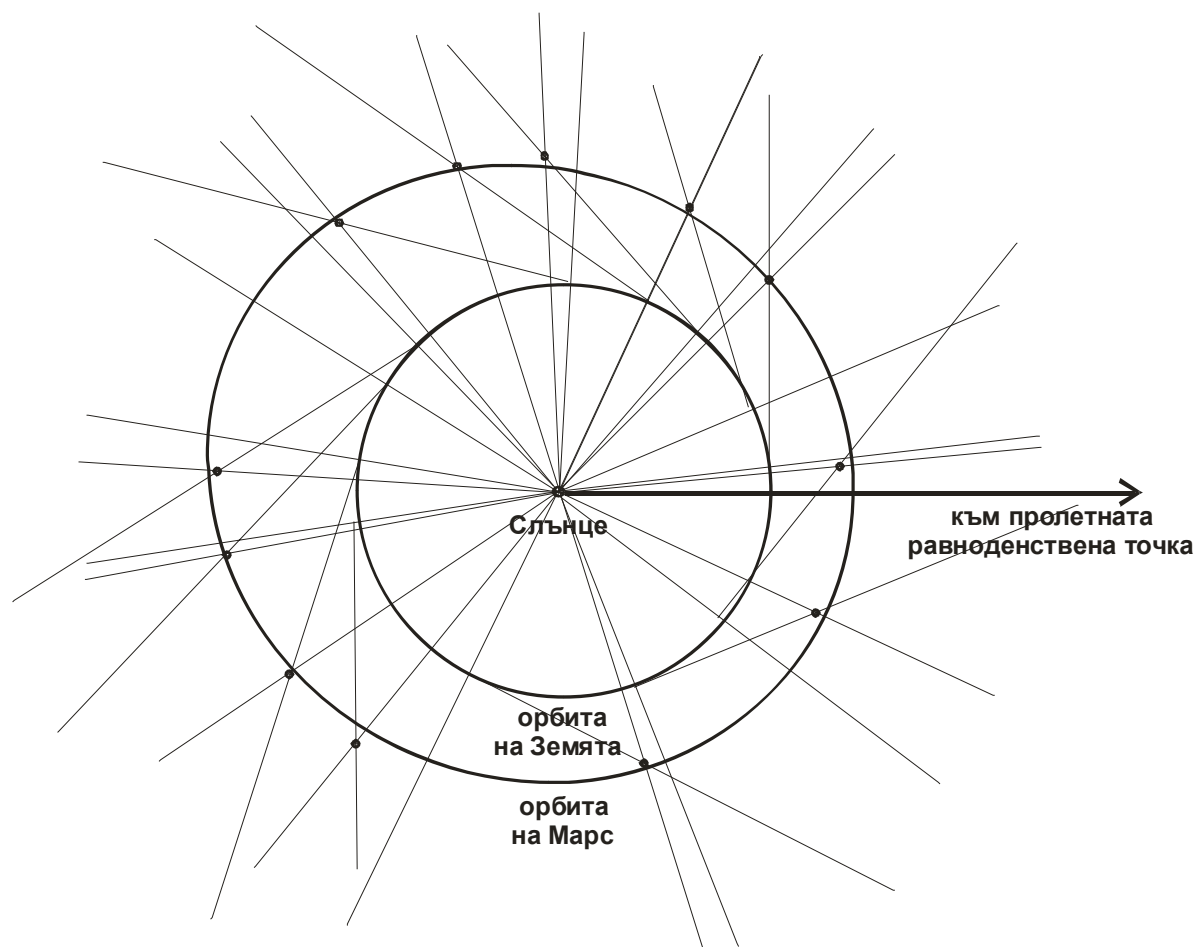
Забелязваме, че датата на противостоянието е 31 март, а след точно един марсиански орбитален период през 1984 г. датата е била 16 февруари. Това е така, защото орбиталният период на Марс е малко по-малък от две земни години. Датата 16 февруари е с 43 дни по-ранна от 31 март. При това моментите в универсално време не се различават много. Можем да пресметнем, че на 16 февруари 1984 г. Земята се е намирала приблизително на ъгъл $360^\circ \times (43^d / 365.25^d) \approx 42.38^\circ$ по-назад по своята орбита в сравнение с 31 март 1982 г. От правата Sa отмерваме в посока обратна на движението на Земята ъгъл 42.38° и построяваме правата Sb . Тя пресича земната орбита в точка T_1 , където се е намирала Земята на 16 февруари 1984 г. От таблицата виждаме, че тогава еклиптичната дължина на Марс е била 226.53° . Пренасяме успоредно направлението към пролетната равноденствена точка в точка T_1 и получаваме правата x . Отмерваме от нея ъгъл 226.53° и построяваме правата T_1c , която ни дава направлението към Марс на 16 февруари 1984 г. Но това е точно един марсиански период след противостоянието на 31 март 1982 г.. Следователно на двете дати Марс се е намирал в една и съща точка от своята орбита. Това е точката, в която се пресичат правите Sa и T_1c , сочещи направленията от Земята към Марс на тези дати. Така получаваме точката M , където е бил Марс тогава. Това е била идеята на Кеплер.



По същия начин процедираме и с другите данни от таблицата и получаваме още точки от орбитата на Марс. Накрая прекарваме и самата орбита през получените точки. Виждаме, че тя наистина не е кръгова, а елиптична.

Определяме приблизително направлението на голямата ос на марсианската орбита. Измерваме я и като я сравняваме с размера на земната орбита, виждаме, че са в съотношение 1.58 : 1. Това означава, че голямата полуос на марсианската орбита е около 1.58 астрономически единици. Полученият резултат е с много добра точност. В действителност голямата полуос на марсианската орбита е приблизително 1.52 астрономически единици.

За разстоянието между Марс и Слънцето, когато Марс е в афелий, получаваме около 0.88 астрономически единици, а за разстоянието в перихелий 0.70 астрономически единици. Разликата е значителна и това съществено влияе върху климата на Марс. Не случайно често когато Марс е в перихелий, се наблюдават глобални прашни бури, обхващащи цялата планета.



От противостоянията, дадени в таблицата, най-близо до перихелия на Марс се е случило това през 2003 г. То е било велико противостояние на Марс.

Критерии за оценяване (общо 20 т.):

За правилна идея и теоретическа обосновка на метода – 5 т.

За пресмятания и правилно графично изпълнение – 6 т.

За окончателно пначертаване на орбитата на Марс – 2 т.

За определяне на голямата полуос – 3 т.

За определяне на афелийното и перихелийното разстояние – 2 т.

За определяне кога е имало велико противостояние – 2 т.